Au lycée Fattouma Bourguiba un **DEVOIR DE SYNTHESE N°I** de mathématique

Pour la $3^{ème}$ maths $_1$ d'une durée de 2 heures proposé par : **Mr L-Slah.**

EXERCICE N°1 :

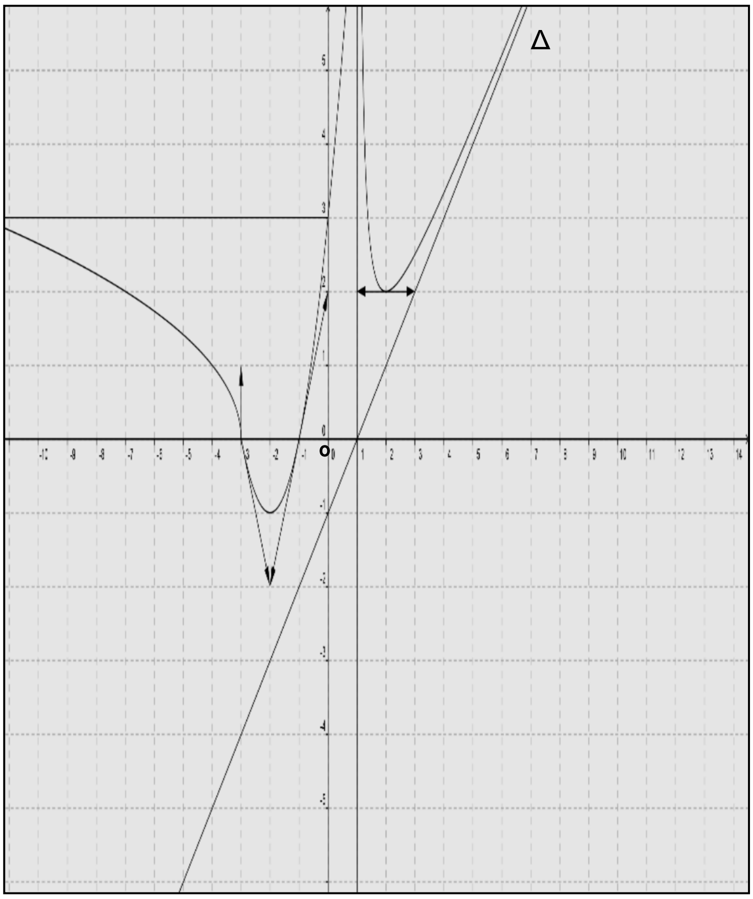
Voir annexe qui sera complétée et rendue avec la copie.

EXERCICE N°2 :

Sur la figure ci-contre est tracé la courbe représentation d'une fonction f dans un repère $(0,\vec{i},\vec{j})$

On sait que :

- La droite Δ d'équation : y = x-1 est une asymptote à la courbe (ζ_f) au voisinage de $+\infty$.
- La droite d'équation x = 1 est une asymptote à la courbe (ζ_f) .
- La droite d'équation y = 3 est une asymptote à la courbe (ζ_f)



1/ Déterminer $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} [f(x)-x]$

2/ a- calculer f'(2) et f'(-1)

b- Donner une approximation affine du réel f(-0.998)

4/ a- f est-elle dérivable à gauche en -3? Justifier.

b- Déterminer $\lim\limits_{x\to(-3)^-} \dfrac{f(x)-f(-3)}{x+3}$

4/soit la fonction g définie sur IR\{1} par $g(x)=f(x)+x^2$. Montrer que :

$$\lim_{x\to -1} \frac{g(x)-g(-1)}{x+1} = 0$$

EXERCICE N°3 :

Le plan est orienté dans le sens direct, on donne un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que : AB = 4 (voir annexe) et $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

1) Donner la mesure principale de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$

2) Soit D un point du plan tel que ABD est équilatéral de sens direct.

a- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC})$ et $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BC})$

b- Calculer le dét $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$

3) Soit E le point tel que CAE est un triangle isocèle en C et tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CE}}) \equiv -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

Soit F = $S_{(AB)}$(D) .Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$ puis celle de $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB})$ .En déduire que A,F et E sont alignés.

4) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct R = $(A,\vec{i},\vec{j})$

a- Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.

b- Déduire que dét $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ = $8\sqrt{3}$

c- Calculer $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}$ .En déduire cos $(\frac{5\pi}{12})$

EXERCICE N°4 :

I Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de la fonction f définie par f(x) = $x+5+\dfrac{4}{x-1}$.

1) a- Montrer que f est dérivable en tout réel a $\in$ IR\{1} et que f'(a) = $1-\dfrac{4}{(a-1)^2}$

b- Déterminer les points de (ζ_f) oú la tangente est perpendiculaire à la droite d'équation : 4x + 3y – 3 = 0

2) Soit la fonction g définie sur]-∞, 1] ∪ [3, +∞[par g(x) = $\sqrt{x^2-4x+3}+x-2$.

On désigne par(ζ_g) sa courbe représentative dans un orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

a- Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.

b- Montrer que la droite Δ:y = 2x - 4 est une asymptote à (ζ_g) au voisinage de +∞.

c- Etudier la position de (ζ_g) par rapport à Δ.

II On considéré la fonction h définie sur IR par :

$$\begin{cases} h(x)=f(x) & \text{si} \quad x\in\left]-\infty,0\right[\\ h(x)=2x^2-6x+1 & \text{si} \quad x\in\left[0,3\right[\\ h(x)=\sqrt{x^2-4x+3}+x+m & \text{si} \quad x\in\left[3,+\infty\right[\end{cases}$$

On désigne par(ζ_g) sa courbe représentative dans un orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) a- Montrer que h est continue en 0.

b- Etudier la dérivabilité de h en 0 et interpréter graphiquement ce résultat.

c- Déterminer m pour que h soit continue en 3.

2) On prend <u>m = -2</u>.

Etudier la dérivabilité à droite en 3 et interpréter graphiquement ce résultat.

Annexe

Nom :………………………………………………..

Prénom : ……………………………………………

EXERCICE N°1 :

Répondre par vrai ou faux :

1) Soit f une fonction continue et strictement décroissante sur [1,2] tel que f([1,2])= [1,2]. Alors l'équation f(x) = x admet une solution unique.

Vrai	faux

2) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs du plan :

Si $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ alors $\|\vec{u}\|^2 - \vec{u}.\vec{v} = 16$.

Vrai	faux

3) Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs non nuls tels que $(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $(\widehat{\vec{u},\vec{w}}) \equiv \frac{\pi}{12}[2\pi]$.

Alors la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{v},\vec{w})$ égale à $\frac{7\pi}{12}$.

Vrai	faux

4) OAB triangle rectangle en O tel que : OA = 4 et OB = 3.
Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AO} = 12$.

Vrai	faux

EXERCICE N°2 :